ไฟล์แก้ไขจุดผิดของหนังสือ

จุดที่ถูกต้อง แล้วได้รับการแก้ไขแล้ว อยู่ภายในเครื่องหมาย [ ] และ [ ]

ใน [ ] Super Maths ฉบับพิมพ์ 5 ขึ้นไป ได้รับการแก้ไขให้ถูกต้องหมดแล้ว

Super Maths

สรุปคณิตศาสตร์ ม.ต้น

เตรียมสอบในห้องและสอบเข้า ม.4 เตรียมอุดม / มหิดล / จุฬาภรณ์

เรียบเรียงโดย พี่มญ monoconic

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต และ วิทยาศาสตรบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีทำ เริ่มจากเขียนเลขที่ต้องการหา ห.ร.ม. จากน้อยไปมาก

- นำตัวเลขที่มีค่ามากหารด้วยตัวเลขที่มีค่าน้อย คือ 1,239 ÷ 735 ได้เศษ 504 ดังนี้

```
        1
735 ) 1239
      735
      504
```

	735	1239	1
		735	
		504	

- นำเศษที่ได้จากการหารรอบแรกมาหารกับตัวหารแรก คือ 735 ÷ 504 ได้เศษ 231 ดังนี้

```
        1
504 ) 735
      504
      231
```

1	735	1239	1
	504	735	
	231	504	

- นำเศษที่ได้จากการหารคือ 231 มาหารกับตัวหาร 504 คือ 504 ÷ 231 ได้เศษ 42 ดังนี้

```
        2
231 ) 504
      462
       42
```

1	735	1239	1
	504	735	
	231	504	2
		462	
		42	

- ทำการหารแบบนี้ต่อไปเรื่อยๆ จนได้เศษเท่ากับ 0 แล้ว ห.ร.ม. คือ ตัวหารสุดท้าย

1	735	1239	1
	504	735	
5	231	504	2
	210	462	
	21	42	2
		42	
		0	

ความรู้เพิ่มเติม

ผลคูณของเลขสองจำนวนใดๆ เท่ากับ ผลคูณของค.ร.น. และ ห.ร.ม. ของเลขสองจำนวนนั้น

เช่น 24 และ 60 มี ห.ร.ม. = 12, ค.ร.น. = 120

ห.ร.ม. x ค.ร.น.	=	**เลข1 x เลข2**
12 x 120	=	24 x 60
1,440	=	1,440

∴ ห.ร.ม. คือ ตัวหารสุดท้ายก่อนที่จะได้เศษเป็น 0 นั่นคือ 21 นั่นเอง

ตอบ ห.ร.ม. ของ 735 และ 1,239 คือ 21

สมบัติของเลขยกกำลัง

เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์ และ m, n เป็นจำนวนตรรกยะ

สมบัติ	ตัวอย่าง	สมบัติ	ตัวอย่าง
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$	* $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
* $a^m \div a^n = a^{m-n}$	$2^4 \times 2^3 = 2^{4-3} = 2^1$	* $(a)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$(8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(2^4)^3 = 2^{4 \times 3} = 2^{12}$	** $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$	$(\frac{6}{2})^3 = \frac{6^3}{2^3}$
$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$6^6 = (2 \times 3)^6 = 2^6 \cdot 3^6$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$2^{\frac{4}{2}} = \sqrt[2]{2^4}$
$a^0 = 1$	$(1234567abcd)^0 = 1$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[6]{64}$

ข้อสังเกต

- ถ้า $a^m = a^n$ แล้วจะได้ว่า $m = n$ โดยที่ $a \neq 0$ หรือ 1 เช่น $2^x = 2^3$ จะได้ว่า $x = 3$
- ถ้า $a^m = b^m$ แล้วจะได้ว่า $m = 0$ โดยที่ $a,b \neq 0$ หรือ 1 เช่น $5^y = 7^y$ จะได้ว่า $y = 0$

*หมายเหตุ $a \neq 0$

**หมายเหตุ $b \neq 0$

การประยุกต์ใช้เลขยกกำลัง

① รูปแบบสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

- สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (Scientific Notation) คือ การเขียนตัวเลขให้อยู่ในรูปของ

$a \times 10^n$ **โดยที่** $0 \leq a < 10$ **และ** n **เป็นจำนวนเต็ม**

- ตัวอย่าง : จงเขียนตัวเลขต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ข้อ	โจทย์	สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	ข้อ	โจทย์	สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
1.	5	5×10^0	6.	41×10^{-9}	4.1×10^{-8}
2.	1,000	1×10^3	7.	108×10^2	1.08×10^4
3.	63,000	6.3×10^4	8.	0.03×10^{-2}	3×10^{-4}
4.	0.0238	2.38×10^{-2}	9.	$6{,}125 \times 10^3$	6.125×10^6
5.	0.0000347	3.47×10^{-5}	10.	$3{,}800 \times 10^{-3}$	3.8×10^0

② การหาค่าตัวแปรจากสมการ

- จากข้อสังเกต ถ้า $a^m = a^n$ แล้วจะได้ว่า $m = n$ โดยที่ $a \neq 0$ หรือ 1
- ตัวอย่าง : จงหาค่าของ x จากสมการ $8^{3x+5} = 4^{7x+5}$

$$8^{3x+5} = 4^{7x+5}$$
$$(2^3)^{3x+5} = (2^2)^{7x+5}$$
$$2^{(3)(3x+5)} = 2^{(2)(7x+5)}$$
$$2^{(9x+15)} = 2^{(14x+10)}$$
$$9x + 15 = 14x + 10$$
$$15 - 10 = 14x - 9x$$
$$5 = 5x$$
$$1 = x$$

ตอบ ค่า x เท่ากับ 1

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

① **การดึงตัวร่วม** : เป็นวิธีปกติพื้นฐานที่ใช้ในการแยกตัวประกอบทั่วไป เช่น

1) $7(k-5) - k(k-5) = (7-k)(k-5)$

2) $15x^6 - 81x^4 + 5x^3 - 27x = (15x^6 - 81x^4) + (5x^3 - 27x)$
$= x^4(15x^2 - 81) + x(5x^2 - 27)$
$= 3x^4(5x^2 - 27) + x(5x^2 - 27)$
$= (3x^4 + x)(5x^2 - 27)$

② **การใช้ผลต่างกำลังสอง**

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$น^2 - ล^2 = (น - ล)(น + ล)$

1. $9a^2 - 81 = (3a)^2 - 9^2 = (3a - 9)(3a + 9)$
2. $(3m-2)^2 - (m+4)^2 = [(3m-2) - (m+4)][(3m-2) + (m+4)]$
$= (3m - 2 - m - 4)(3m - 2 + m + 4)$
$= (2m - 6)(4m + 2)$

③ **การแยกตัวประกอบ $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 0**

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$
โดย $mn = c$ และ $m + n = b$

1. $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$
2. $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$
3. $x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$
4. $x^2 - x + 12 = (x - 4)(x + 3)$

④ **การแยกตัวประกอบ $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 0**

$ax^2 + bx + c =$
$(px + m)(qx + n)$

1. $2x^2 + 11x + 12 = (2x + 3)(x + 4)$
2. $5x^2 + 29x - 6 = (5x - 1)(x + 6)$
3. $14x^2 - 11x + 2 = (7x - 2)(2x - 1)$
4. $6x^2 + 7x - 24 = (3x + 8)(2x - 3)$

⑤ **การใช้กำลังสองสมบูรณ์**

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

1. $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
2. $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
3. $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$
4. $(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 + 6x + 5$ โดยวิธีกำลังสองสมบูรณ์

วิธีทำ จาก $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$x^2 + 6x + 5 = [x^2 + 2(1)(3)x + 3^2] + 5 - 3^2$ *เมื่อบวกเข้า ก็ต้องลบออก สมการจึงเท่าเดิม
$= (x + 3)^2 + 5 - 9$
$= (x + 3)^2 - 4$
$= (x + 3)^2 - 2^2$
$= [(x + 3) + 2][(x + 3) - 2]$ *คิดจาก $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
$= (x + 5)(x + 1)$

⑥ การใช้ผลบวกของกำลังสาม

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$น^3 + ล^3 = (น + ล)(น^2 - นล + ล^2)$

1. $27m^3 + 64 = (3m)^3 + 4^3$
$= (3m + 4)(9m^2 - 12m + 16)$

2. $p^{12} + 8k^6 = (p^4)^3 + (2k^2)^3$
$= (p^4 + 2k^2)(p^8 - 2k^2p^4 + 4k^4)$

⑦ การใช้ผลต่างกำลังสาม

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$น^3 - ล^3 = (น - ล)(น^2 + นล + ล^2)$

1. $125j^3 - 343 = (5j)^3 - 7^3$
$= (5j - 7)(25j^2 + 35j + 49)$

2. $8y^6 - 215z^{15} = (2y^2)^3 - (6z^5)^3$
$= (2y^2 - 6z^5)(4y^4 + 12y^2z^5 + 36z^{10})$

⑧ การใช้กำลังสามสมบูรณ์

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

1. $(x + 2)^3 = x^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + 2^3$
$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

2. $(3m - 4)^3 = (3m)^3 - 3(3m)^2(4) + 3(3m)(4)^2 - 4^3$
$= 27m^3 - 108m^2 + 144m - 64$

⑨ การใช้ผลบวกของสามพจน์ทั้งหมดกำลังสอง

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

$(น + ก + ล)^2 = น^2 + ก^2 + ล^2 + 2นก + 2นล + 2กล$

$(x + 2y + 3z)^3$
$= x^2 + (2y)^2 + (3z)^2 + 2(x)(2y) + 2(x)(3z) + 2(2y)(3z)$
$= x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 6xz + 12yz$

⑩ การใช้ผลต่างของสามพจน์ทั้งหมดกำลังสอง

$(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

$(น - ก - ล)^2 = น^2 + ก^2 + ล^2 - 2นก - 2นล + 2กล$

$(x - 2y - 3z)^3$
$= x^2 + (2y)^2 + (3z)^2 - 2(x)(2y) - 2(x)(3z) + 2(2y)(3z)$
$= x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 6xz + 12yz$

หมายเหตุ : เวลาท่องสูตร ให้นักเรียนท่อง น = หน้า, ก = กลาง และ ล = หลัง จะทำให้จำได้เร็วขึ้น

ตารางสรุปสูตรการแยกตัวประกอบที่สำคัญ

สูตรกำลังสอง			สูตรกำลังสาม		
$a^2 - b^2$	=	$(a - b)(a + b)$	$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$(a - b)^2$	=	$a^2 - 2ab + b^2$	$(a - b)^3$	=	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a - b - c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$	$(a + b + c)^3$	=	$a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2(b+c) + 3b^2(a+c) + 3c^2(a+b) + 6abc$

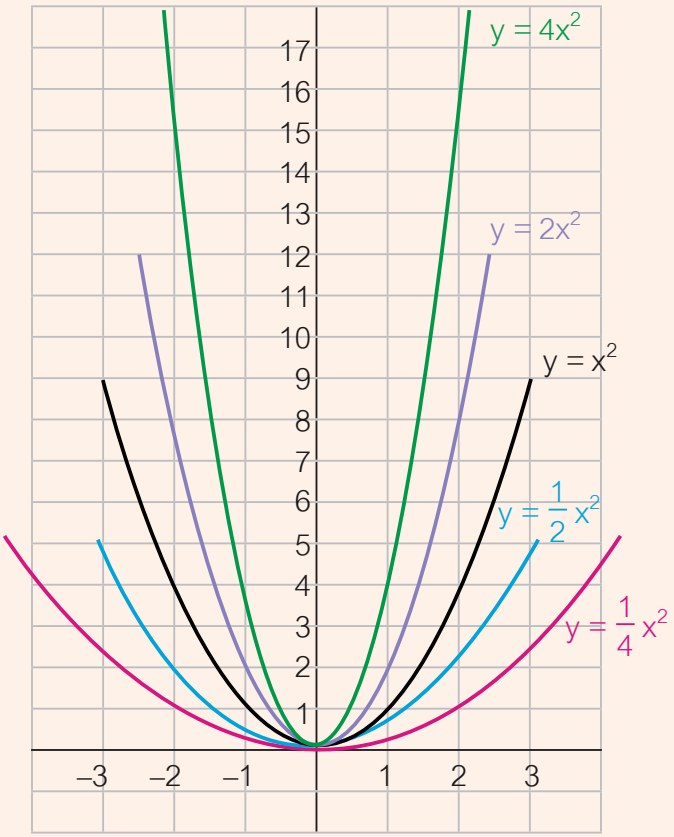
จงวาดกราฟพาราโบลาจากสมการต่อไปนี้ $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = 4x^2$,

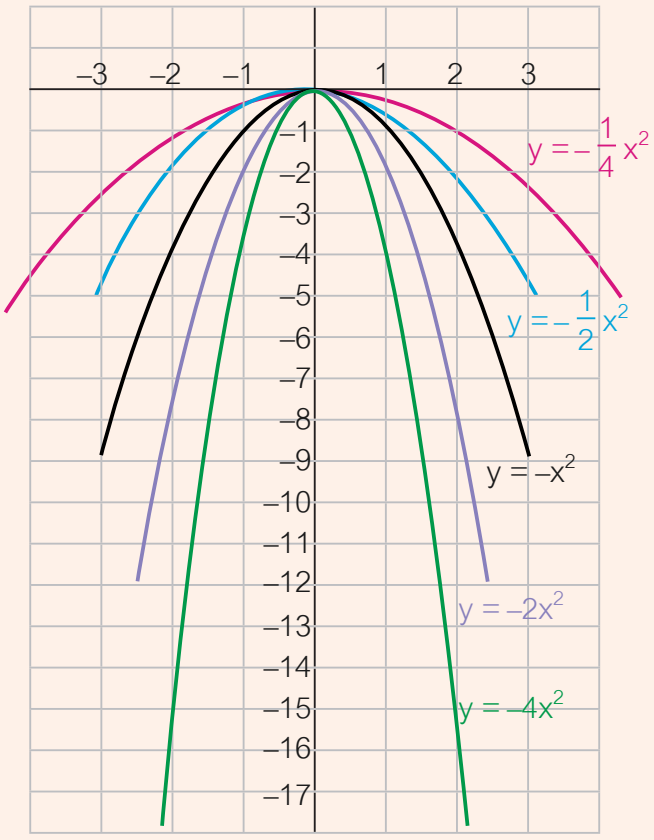
$y = -\frac{1}{4}x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -x^2$, $y = -2x^2$ และ $y = -4x^2$

วิธีทำ กำหนดค่า x แบบคร่าวๆ ในการพลอตกราฟ แล้วนำค่า (x, y) ที่ได้ไปพลอตกราฟ

y \ x	–2	–1	0	1	2
$y = \frac{1}{4}x^2$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8
$y = 4x^2$	16	4	0	4	16

y \ x	–2	–1	0	1	2
$y = -\frac{1}{4}x^2$	–1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	–1
$y = -\frac{1}{2}x^2$	–2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	–2
$y = -x^2$	–4	–1	0	–1	–4
$y = -2x^2$	–8	–2	0	–2	–8
$y = -4x^2$	–16	–4	0	–4	–16





ข้อควรจำ : จากกราฟพาราโบลา $y = ax^2$ ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ (0,0) เสมอ

- $a > 0$ เป็นกราฟหงาย และ $a < 0$ เป็นกราฟคว่ำ
- $|a|$ ยิ่งมาก กราฟจะยิ่งแคบหรือบีบเข้าหาแกนสมมาตรมาก ส่วน $|a|$ น้อย กราฟจะบาน (ดูจากรูปกราฟในตัวอย่าง)

3) จงเติมตารางให้สมบูรณ์

	สมการ	ลักษณะพาราโบลา	จุดยอด		แกนสมมาตร
			จุดต่ำสุด	จุดสูงสุด	
1.	$y = -8x^2$	คว่ำ	ไม่มี	(0, 0)	x = 0 (แกน Y)
2.	$y = (x - 3)^2$				
3.	$y = -x^2 - 9$				
4.	$y = x^2 + 6x + 8$				
5.	$y = -3(x - 2)^2 - 4$				
6.	$y = 6(x + 4)^2 + 3$				
7.	$y = -2x^2 - 12x - 17$				
8.	$y = x - x^2$				

วิธีทำ แสดงให้ดูแค่ข้อ 4; $y = x^2 + 6x + 8$ เทียบสัมประสิทธิ์ได้ a = 1, b = 6 และ c = 8

จาก $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(1)} = \frac{-6}{2} = -3$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(1)(8) - 6^2}{4(1)} = \frac{32 - 36}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

ตอบ กราฟพาราโบลาหงาย (a > 0) มีจุดยอด คือ จุดต่ำสุด (–3, –1) และมีแกนสมมาตร คือ x = –3

ตารางแสดงคำตอบ

	สมการ	ลักษณะพาราโบลา	จุดยอด		แกนสมมาตร
			จุดต่ำสุด	จุดสูงสุด	
1.	$y = -8x^2$	คว่ำ	ไม่มี	(0, 0)	x = 0 (แกน Y)
2.	$y = (x - 3)^2$	หงาย	(3, 0)	ไม่มี	x = 3
3.	$y = -x^2 - 9$	คว่ำ	ไม่มี	(0, –9)	x = 0 (แกน Y)
4.	$y = x^2 + 6x + 8$	หงาย	(–3, –1)	ไม่มี	x = –3
5.	$y = -3(x - 2)^2 - 4$	คว่ำ	ไม่มี	(2, –4)	x = 2
6.	$y = 6(x + 4)^2 + 3$	หงาย	(–4, 3)	ไม่มี	x = –4
7.	$y = -2x^2 - 12x - 17$	คว่ำ	ไม่มี	(–3, 1)	x = –3
8.	$y = x - x^2$	คว่ำ	ไม่มี	(0.5, 0.25)	x = 0.5

② สูตรที่ใช้เมื่อเจอโจทย์ปัญหา

1) **พื้นที่สูงสุด หาได้จากค่า k**

$$\text{พื้นที่สูงสุด} = k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

2) **ความยาวด้านที่ทำให้รูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่สูงสุด ซึ่งหาได้จากค่า h**

$$\text{ความยาวด้าน} = h = -\frac{b}{2a}$$

ตัวอย่าง

1) กำหนดให้สี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง มีความยาวเส้นรอบรูป คือ 16 เมตร จงหาพื้นที่ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของสี่เหลี่ยม พร้อมทั้งบอกความยาวด้านของสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่สูงสุด

วิธีทำ จากตัวอย่างที่แล้ว ได้สมการพาราโบลา คือ $y = -x^2 + 8x$

จาก $y = -x^2 + 8x$ เทียบสัมประสิทธิ์ได้ $a = -1, b = 8$ และ $c = 0$

$$\text{พื้นที่สูงสุด} = k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-1)(0) - 8^2}{4(-1)} = \frac{0 - 64}{-4} = 16 \text{ m}^2$$

$$\text{ความยาวด้าน} = h = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2(-1)} = \frac{-8}{-2} = 4 \text{ m}$$

ตอบ พื้นที่ที่มากที่สุดของสี่เหลี่ยม คือ 16 m^2 โดยมีความยาวด้านของสี่เหลี่ยมด้านละ 4 m

---

2) เชือกเส้นหนึ่งยาว 30 เมตร ต้องการนำมาล้อมทำเป็นรั้วรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่ก่อนนำมาล้อมถูกตัดออกไป 2 เมตร เนื่องจากเชือกเสียหายหลุดลุ่ย อยากทราบว่าเชือกเส้นนี้ล้อมทำเป็นรั้วจะได้พื้นที่มากที่สุดกี่เมตร และความยาวด้านละกี่เมตร

วิธีทำ เชือกใช้นำมาล้อมรั้วจริง $= 30 - 2 = 28$ เมตร

กำหนดให้ด้านหนึ่งยาว A เมตร อีกด้านยาว B เมตร

เนื่องจากเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม $= 2 \times (A + B)$

$28 = 2 \times (A + B)$

$\frac{28}{2} = A + B$

$14 = A + B$

$B = 14 - A$

จากพื้นที่ $= A \times B$

$= A \times (14 - A)$

$= -A^2 + 14A$

เขียนในรูปความสัมพันธ์พาราโบลา

$y = -x^2 + 14x$

เทียบสัมประสิทธิ์ได้ $a = -1, b = 14, c = 0$

พื้นที่มากสุด คือ k

$$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-1)(0) - 14^2}{4(-1)}$$

$$= \frac{0 - 196}{-4} = 49 \text{ m}^2$$

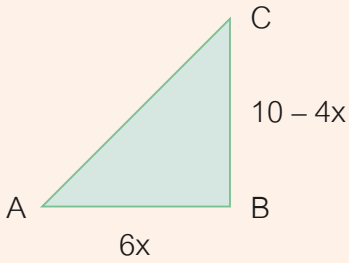
ความยาวด้าน คือ h

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{14}{2(-1)} = 7 \text{ m}$$

ตอบ พื้นที่ 49 m^2 และความยาวด้านละ 7 m

3) รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี B เป็นมุมฉาก ด้าน AB ยาว 6x หน่วย และ BC ยาว 10 – 4x หน่วย พื้นที่ที่มากที่สุดของสามเหลี่ยม ABC คือเท่าใด

วิธีทำ จากข้อมูล นำมาวาดรูปได้ดังนี้



พื้นที่ $\triangle = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times (6x) \times (10 - 4x)$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{(6x)}} \times (10 - 4x)$

$= 3x\,(10 - 4x)$

$= -12x^2 + 30x$

เขียนในรูปความสัมพันธ์พาราโบลา

$y = -12x^2 + 30x$

เทียบสัมประสิทธิ์ได้ a = –12, b =30, c = 0

พื้นที่มากสุด คือ k

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$= \frac{4(-12)(0) - 30^2}{4(-12)}$

$= \frac{-900}{-48}$

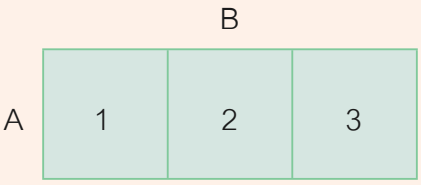
$= 18.75$

ตอบ พื้นที่ที่มากที่สุดของสามเหลี่ยม ABC คือ 18.75 ตารางหน่วย

---

4) มีเชือกยาว 12 เมตร ต้องการล้อมเป็นรั้วรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยกั้นให้เป็นคอกม้าทั้งหมด 3 คอก จงหาว่าต้องล้อมอย่างไรให้มีพื้นที่มากที่สุด แล้วพื้นที่มากที่สุดเท่าใด

วิธีทำ กำหนดให้ด้านสั้นยาว A เมตร อีกด้านยาว B เมตร



จากรูปด้านบน

นำเชือกมาสร้างเป็นรูปสี่เหลี่ยม $= 4A + 2B$

เชือกยาว 12 m $\therefore$ $12 = 4A + 2B$

$2B = 12 - 4A$

$B = \frac{12 - 4A}{2}$

$B = 6 - 2A$

จากพื้นที่ $= A \times B$

$= A \times (6 - 2A)$

จากพื้นที่ $= -2A^2 + 6A$

เขียนในรูปความสัมพันธ์พาราโบลา

$y = -2x^2 + 6x$

เทียบสัมประสิทธิ์ได้ a = –2, b = 6, c = 0

พื้นที่มากสุด คือ k

$k = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4(-2)(0) - 6^2}{4(-2)}$

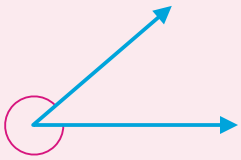
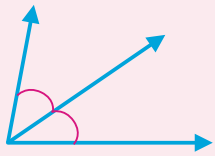
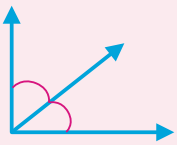
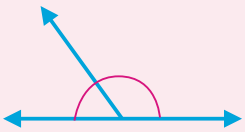
$= \frac{-36}{-8} = 4.5\ m^2$

ความยาวด้าน (A) คือ h

$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-2)} = 1.5\ m$

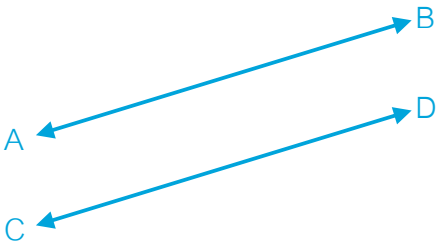
$\therefore\ B = 6 - 2A = 6 - 2(1.5) = 3\ m$

ตอบ ต้องล้อมคอกให้มีด้านสั้น = 1.5 m และด้านยาว = 3 m โดยค่าพื้นที่ที่มากที่สุดของแต่ละคอกม้า คือ 4.5 m^2

ศัพท์คณิตศาสตร์	นิยาม	ตัวอย่าง หน้า 117
มุมกลับ (Reflex angle)	มุมที่มีขนาดมากกว่า 180° แต่น้อยกว่า 360°	
มุมประชิด (Adjacent angle)	มุมที่มีจุดยอดร่วมกันแล้วแขนร่วมกัน 1 ข้าง	
มุมประกอบหนึ่งมุมฉาก (Complementary angle)	มุมประชิดที่รวมกันแล้วมีขนาดเท่ากับ 90° หรือ 1 มุมฉาก	
มุมประกอบสองมุมฉาก (Supplementary angle)	มุมประชิดที่รวมกันแล้วมีขนาดเท่ากับ 180° หรือ 2 มุมฉาก	

เส้นขนาน

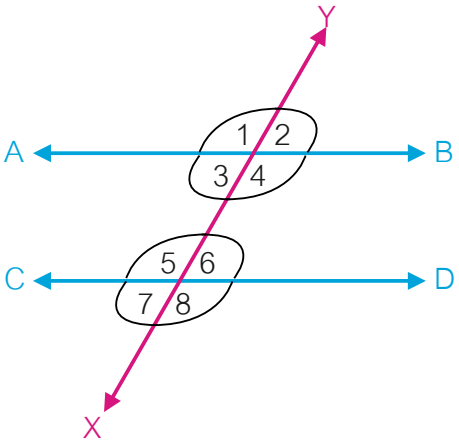
① **นิยาม** : เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันที่ขนานกัน โดยระยะห่างระหว่าง 2 เส้นเท่ากันเสมอและไม่มีทางตัดกันได้ ใช้สัญลักษณ์ " // " แทนเส้นขนาน



เส้นตรง AB ขนานกับ เส้นตรง CD

$\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$

② **การเรียกชื่อมุมที่เกิดจากเส้นตัดกับเส้นขนาน**



เส้นตรง AB ขนานกับ เส้นตรง CD และตัดกับเส้นตรง XY

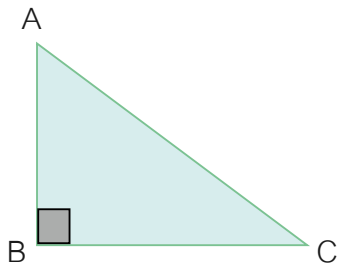
$\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{XY}$

- มุมแย้ง : $\hat{3}, \hat{6}$ และ $\hat{4}, \hat{5}$
- มุมตรงข้าม : $\hat{1}, \hat{4}$ $\hat{2}, \hat{3}$ $\hat{5}, \hat{8}$ และ $\hat{6}, \hat{7}$
- มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY : $\hat{3}, \hat{5}$ และ $\hat{4}, \hat{6}$
- มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY

  $\hat{1}, \hat{5}$ $\hat{3}, \hat{7}$ $\hat{2}, \hat{6}$ และ $\hat{4}, \hat{8}$

2) **จำแนกตามขนาดของมุมภายในที่ใหญ่ที่สุด**

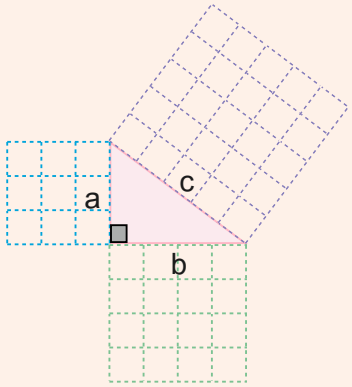
- **สามเหลี่ยมมุมฉาก** (Right Triangle) : ขนาดของมุมภายในที่ใหญ่ที่สุด เท่ากับ 90° เรียกว่า “มุมฉาก” โดยด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด เรียกว่า “ด้านตรงข้ามมุมฉาก” และ ด้านที่เหลืออีกสองด้านเรียกว่า “ด้านประกอบมุมฉาก”



ด้าน $\overline{AC}$ คือ ด้านที่ยาวที่สุด ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ มุม B

มุม B คือ มุมภายในที่ใหญ่ที่สุด เท่ากับ 90°

<u>ความรู้เพิ่มเติม</u> : ทฤษฎีเกี่ยวกับสามเหลี่ยมมุมฉาก ***จะกล่าวถึงอย่างละเอียดในบทพีทาโกรัส***

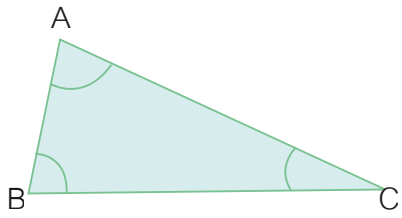


สามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก จะมีค่าเท่ากับผลรวมพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านเป็นด้านประชิดมุมฉากของสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น

จากรูปเขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

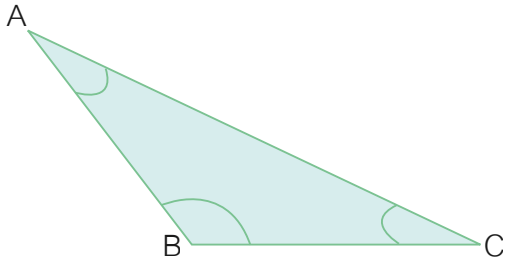
$$c^2 = a^2 + b^2$$

- **สามเหลี่ยมมุมแหลม** (Acute Triangle) : ขนาดของมุมภายในทุกมุมมีขนาดน้อยกว่า 90°



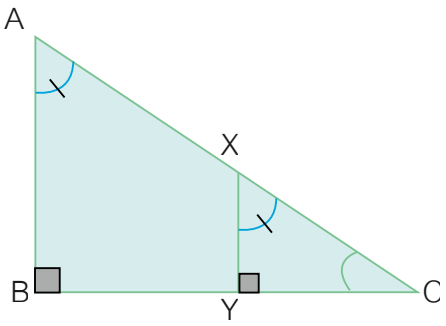
มุมทุกมุมมีขนาด $< 90^\circ$

- **สามเหลี่ยมมุมป้าน** (Obtuse Triangle) : ขนาดของมุมภายในมุมหนึ่งมีค่ามากกว่า 90°



มุม B มีขนาด $> 90^\circ$

- **รูปแบบที่ 2**

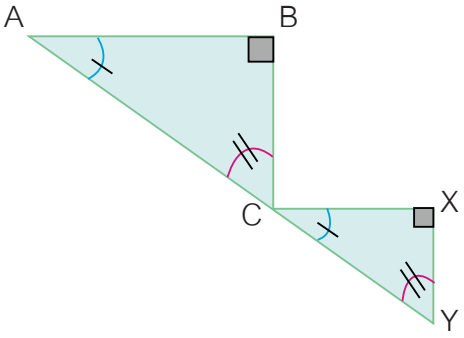


จากรูป

1. มุม $A\hat{B}C$ = มุม $X\hat{Y}C$ เพราะเป็นมุมฉาก
2. มุม $A\hat{C}B$ = มุม $X\hat{C}Y$ เพราะเป็นมุมร่วม
3. มุม $B\hat{A}C$ = มุม $Y\hat{X}C$ เพราะมุมภายในสามเหลี่ยม 180° เมื่อมุมภายในสามเหลี่ยมเท่ากัน 2 คู่แล้ว มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน

$\therefore \quad \triangle ABC \sim \triangle XYC \quad ; \quad \frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YC} = \frac{AC}{XC}$

- **รูปแบบที่ 3**

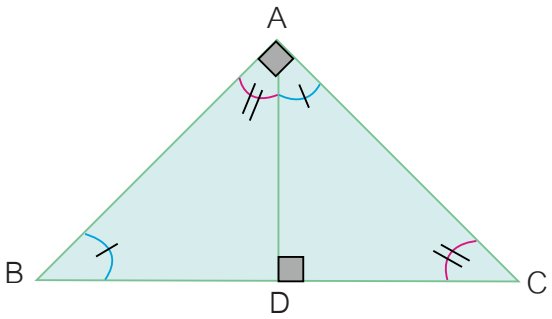


จากรูป

1. มุม $A\hat{B}C$ = มุม $C\hat{X}Y$ เพราะเป็นมุมฉาก
2. มุม $A\hat{C}B$ = มุม $C\hat{Y}X$ เพราะเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดกับเส้นคู่ขนาน $\overline{BC} \,//\, \overline{XY}$
3. มุม $B\hat{A}C$ = มุม $X\hat{C}Y$ เพราะมุมภายในสามเหลี่ยม 180° เมื่อมุมภายในสามเหลี่ยมเท่ากัน 2 คู่แล้ว มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน

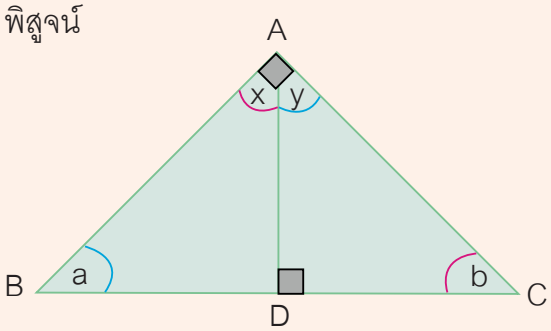
$\therefore \quad \triangle ABC \sim \triangle CXY \quad ; \quad \frac{AB}{CX} = \frac{BC}{XY} = \frac{AC}{CY}$

- **รูปแบบที่ 4**



$\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$

พิสูจน์



จาก $\triangle ABC$; $a + b = 90$ ——— (1)

จาก $\triangle DBA$; $a + x = 90$ ——— (2)

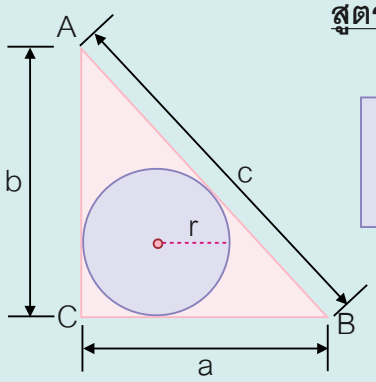
นำ (2) – (1) ; $b = x$

จาก $\triangle DAC$; $y + b = 90$ ——— (3)

นำ (3) – (1) ; $a = y$

ความรู้เพิ่มเติม

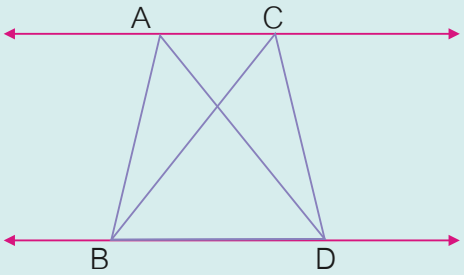
สูตรวงกลมแนบในสามเหลี่ยม



$$r = 2\left(\frac{\text{พื้นที่}\triangle ABC}{a+b+c}\right)$$

หน้า 145

รูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่อยู่บนฐานเดียวกัน หรือฐานที่เท่ากัน และมีส่วนสูงเท่ากัน หรือ อยู่ในระหว่างคู่ขนานเดียวกัน ย่อมมีพื้นที่เท่ากันเสมอ



พื้นที่$\triangle ABC$ = พื้นที่$\triangle ACD$

พื้นที่$\triangle ABD$ = พื้นที่$\triangle CBD$

รูปเรขาคณิต 3 มิติ

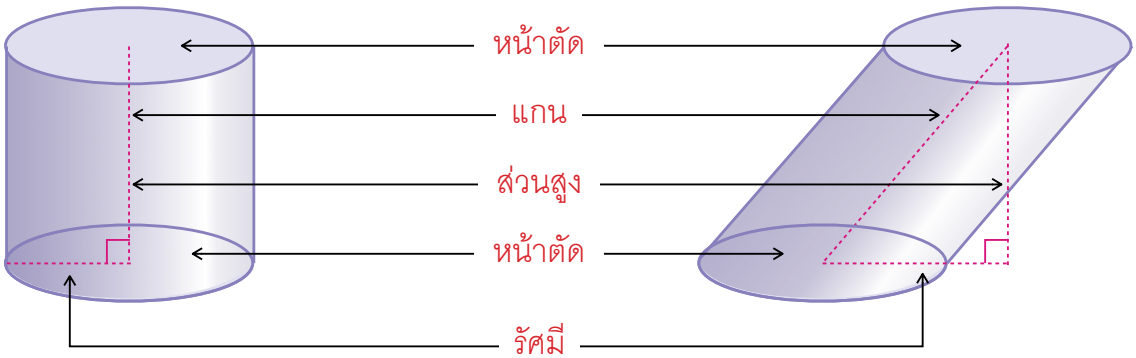
มีทั้งความกว้าง, ความยาว และความสูง โดยมีฐานหรือหน้าตัดเป็นรูปทรงต่างๆ ดังต่อไปนี้

① ทรงกระบอก (Cylinder)

นิยาม

รูปทรง 3 มิติที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน

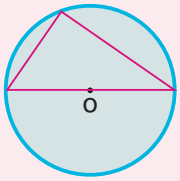
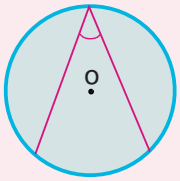
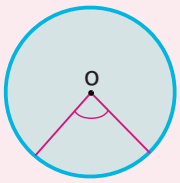
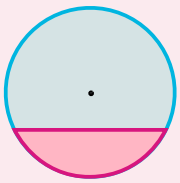
เมื่อตัดทรง 3 มิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้ว จะได้รอยตัดเป็นวงลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ



ทรงกระบอกตรง ทรงกระบอกเอียง

สูตร	สูตรคำนวณ	ที่มา
พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก	$2\pi rh$	ความยาวเส้นรอบวง x สูง
พื้นที่ผิวของทรงกระบอก	$2\pi rh + 2\pi r^2$	พื้นที่ผิวข้าง + 2(พื้นที่ฐาน)
	$2\pi r(h + r)$	
ปริมาตรทรงกระบอก	$\pi r^2 h$	พื้นที่ฐาน x สูง

โดย r = รัศมีของฐานของทรงกระบอก, h = ความสูงของทรงกระบอก

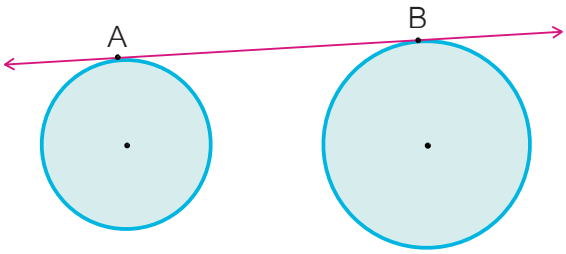
นิยาม	รูปภาพ	ความหมาย หน้า 151
5) **ครึ่งวงกลม** (semi-circle)		• ระนาบที่ประกอบด้วยเส้นผ่านศูนย์กลาง กับส่วนโค้งของวงกลม
6) **มุมในครึ่งวงกลม** (semi-circle angle)		• มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนเส้นรอบวง และมีแขนของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองข้างของเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม
7) **มุมในส่วนโค้งวงกลม** (inscribed angle)		• มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนเส้นรอบวง และมีแขนของมุมทั้งสองข้างตัดวงกลม
8) **มุมที่จุดศูนย์กลาง** (central angle)		• มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลาง และมีแขนของมุมเป็นเส้นรัศมี
9) **เซกเมนต์** (segment)		• พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมเดียวกัน
10) **เซกเตอร์** (sector)		• พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยรัศมีกับส่วนโค้งของวงกลมเดียวกัน

เส้นสัมผัสวงกลม

① **เส้นสัมผัสวงกลม** คือ เส้นที่ลากสัมผัสเส้นรอบวงของวงกลม และตั้งฉากกับเส้นรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

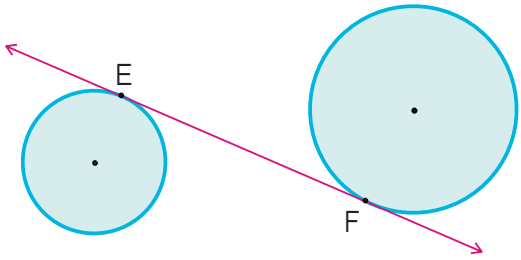
② **เส้นสัมผัสร่วมของวงกลม** คือ เส้นที่สัมผัสเส้นรอบวงของวงกลมตั้งแต่ 2 วงขึ้นไป

1) **เส้นสัมผัสร่วมทางตรง**



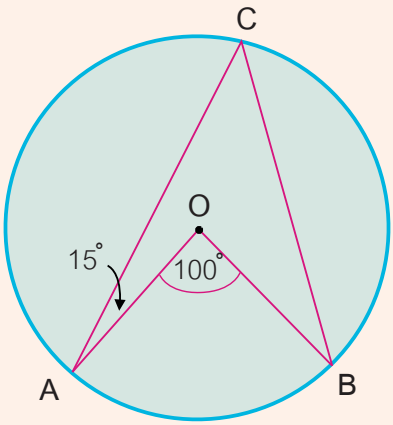
จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสร่วมทางตรง

2) **เส้นสัมผัสร่วมทางอ้อม**

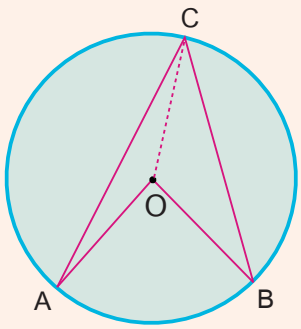


จากรูป $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นสัมผัสร่วมทางอ้อม

1) จากรูป จงหาค่ามุม $O\hat{B}C$



วิธีทำ



จาก ทบ. $AOB = 2ACB$

$\therefore \quad ACB = \frac{100}{2} = 50^\circ$

ลากเส้น $\overline{OC}$

จะได้ ΔAOC ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\therefore \quad A\hat{C}O = C\hat{A}O = 15^\circ$

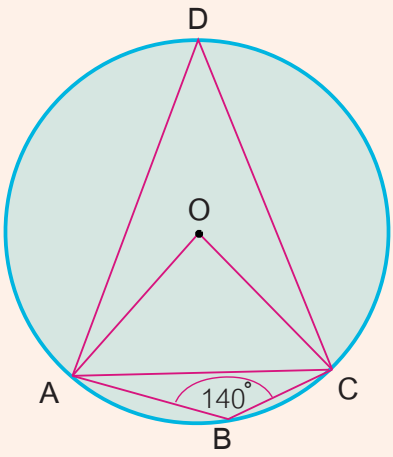
$\therefore \quad B\hat{C}O = 50 - 15 = 35^\circ$

$\because \quad \Delta BOC$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\therefore \quad O\hat{C}B = O\hat{B}C = 35^\circ$

---

2) จากรูป มุม $O\hat{A}C$ มีค่าเท่าใด



วิธีทำ

$\because \quad ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

$\therefore \quad A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^\circ$

$A\hat{D}C = 180 - 140 = 40^\circ$

$\because \quad A\hat{O}C = 2A\hat{D}C$

$\therefore \quad A\hat{O}C = 2 \times 40 = 80^\circ$

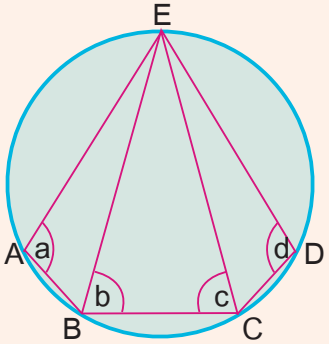
$\because \quad \Delta AOC$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\therefore \quad O\hat{A}C = O\hat{C}A = \frac{180 - 80}{2}$

$= 50^\circ$

---

2) จากรูป มุม $\hat{a} + \hat{d}$ มีค่าเท่าใด โดยกำหนดให้ $\hat{b} + \hat{c} = 150^\circ$



วิธีทำ

$\hat{a} + \hat{c} = 180^\circ$ □แนบในวงกลม มุมตรงข้ามบวกกัน 180°

$\hat{b} + \hat{d} = 180^\circ$ □แนบในวงกลม มุมตรงข้ามบวกกัน 180°

$\therefore \quad \hat{a} + \hat{b} + \hat{c} + d = 180 + 180 = 360^\circ$

จากโจทย์ $\hat{b} + \hat{c} = 150^\circ$

จะได้ว่า $\hat{a} + \hat{d} = 360 - 150$

$\hat{a} + \hat{d} = 210^\circ$

เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ

① ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติที่จะเป็นจริงเสมอสำหรับทุกค่าองศามุม

$(\sin\theta) \times (\operatorname{cosec}\theta) = 1$

$(\cos\theta) \times (\sec\theta) = 1$

$(\tan\theta) \times (\cot\theta) = 1$

$(\cos\theta) \times (\tan\theta) = \sin\theta$

$(\cot\theta) \times (\sin\theta) = \cos\theta$

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$

สามารถเขียนได้อีกแบบ คือ

$(\sin^2\theta) + (\cos^2\theta) = 1$

$(\sec\theta)^2 - (\tan\theta)^2 = 1$

สามารถเขียนได้อีกแบบ คือ

$(\sec^2\theta) + (\tan^2\theta) = 1$

$(\operatorname{cosec}\theta)^2 - (\cot\theta)^2 = 1$

สามารถเขียนได้อีกแบบ คือ

$(\operatorname{cosec}^2\theta) + (\cot^2\theta) = 1$

② สูตรมุมสองเท่า

$\sin(2\theta) = 2(\sin\theta)(\cos\theta)$

$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\tan(2\theta) = \dfrac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$

③ สูตรมุมสามเท่า

$\sin(3\theta) = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

$\cos(3\theta) = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

$\tan(3\theta) = \dfrac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$

④ สูตรมุมครึ่งเท่า

$\sin\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos\theta}{2}}$

$\cos\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 + \cos\theta}{2}}$

$\tan\dfrac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$

⑤ สูตรผลบวกและผลต่างของมุม

$\sin(A + B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$

$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$

$\cos(A + B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$

$\cos(A - B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$

$\tan(A + B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$

$\tan(A - B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$

หมายเหตุ : สูตรตรีโกณมีค่อนข้างมาก ถ้ามีเวลาเหลือค่อยกลับมาท่องจำสูตร ไม่ใช่มาเสียเวลาท่อง แต่พอเจอโจทย์ก็ไม่สามารถนำไปใช้ได้ จะไม่เกิดประโยชน์อะไร ตอนฝึกทำโจทย์แรกๆ ให้เปิดดูสูตรได้ พอทำไปสักระยะนักเรียนจะจำได้เอง

17 การแปรผัน

หน้า 168

บทนิยาม

การแปรผัน (Variation) ใช้สัญลักษณ์ "$\propto$" ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ของปริมาณตั้งแต่สองปริมาณขึ้นไป โดยเมื่อปริมาณหนึ่งเปลี่ยนแปลง อีกปริมาณหนึ่งหรือหลายปริมาณจะเปลี่ยนแปลงตามเป็นสัดส่วนไป

ประเภทการแปรผัน แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

① การแปรผันตรง (Direct Variation)

เป็นความสัมพันธ์ระหว่างของสองสิ่ง โดยถ้าสิ่งหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้อีกสิ่งหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย และในทางกลับกันถ้าสิ่งหนึ่งมีค่าลดลง จะมีผลทำให้อีกสิ่งหนึ่งลดลงตามไปด้วยที่อัตราส่วนที่คงตัว เช่น กำไรแปรผันตรงกับราคาขาย

ถ้า x และ y แทนปริมาณใดๆ และ y แปรผันตรงกับ x จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $y \propto x$ หรือ

$y = kx$; โดยที่ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และ $k \neq 0$

ตัวอย่าง

ถ้า y แปรผันตรงกับ x และ y = 12 เมื่อ x = 3 จงหาค่า y เมื่อ x = 5

วิธีทำ กำหนดให้ $y \propto x$ จะได้ว่า $y = kx$

หาค่า k แทน y = 12 และ x = 3; $12 = k(3)$

$$\frac{12}{3} = k$$

$$4 = k$$

$\therefore y = 4x$

หาค่า y เมื่อ x = 5; $y = 4(5)$

$\therefore y = 20$

ตอบ y = 20

② การแปรผันผกผัน (Inverse Variation)

เป็นความสัมพันธ์ระหว่างของสองสิ่ง โดยถ้าสิ่งหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้น จะมีผลทำให้อีกสิ่งหนึ่งมีค่าลดลง และในทางกลับกันถ้าสิ่งหนึ่งมีค่าลดลง จะมีผลทำให้อีกสิ่งหนึ่งเพิ่มขึ้นตามไปด้วยที่อัตราส่วนที่คงตัว เช่น เวลาที่ใช้เดินทางกับอัตราเร็ว

ถ้า x และ y แทนปริมาณใดๆ และ y แปรผันผกผันกับ x จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $y \propto \frac{1}{x}$ หรือ

$y = \frac{k}{x}$ หรือ $k = xy$; โดยที่ k เป็นค่าคงตัวของการแปรผัน และ $k \neq 0$

วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)

เป็นวิธีจัดเรียงสิ่งของซึ่งอาจนำมาเพียงบางส่วนหรือนำมาเรียงทั้งหมด โดยยึดลำดับหรือตำแหน่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ มีวิธีคิดตามรูปแบบ ดังนี้

① เรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง

สิ่งของ n สิ่ง นำมาจัดเรียงแนวเส้นตรงได้ n! วิธี

ตัวอย่าง

มีนักเรียน 6 คน ต้องการจัดเรียงแถวเป็นเส้นตรง จะทำได้กี่วิธี

วิธีทำ จาก n สิ่ง จัดเรียงแนวเส้นตรงได้ n! วิธี

นักเรียน 6 คน จัดเรียงได้ $6!$ $=$ $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ $=$ 720 วิธี

ตอบ นักเรียน 6 คน จัดเรียงแถวเป็นเส้นตรงได้ทั้งหมด 720 วิธี

② เรียงสับเปลี่ยนในแนววงกลม

1) **การจัดเรียงของสิ่งมีชีวิต หรือ วัตถุที่ไม่สามารถพลิกได้** เช่น การจัดคนนั่งรอบนั่งโต๊ะกลม, การจัดกระถางต้นไม้ล้อมรอบเสาธง เป็นต้น

สิ่งของ n สิ่ง นำมาจัดเรียงแนววงกลมได้ $(n-1)!$ วิธี

ตัวอย่าง

มีนักเรียนชาย 3 คน หญิง 3 คน ต้องการจัดเรียงแถวเป็นวงกลม สามารถทำได้กี่วิธี

วิธีทำ จาก n สิ่ง จัดเรียงแนววงกลมได้ $(n-1)!$ วิธี

นักเรียน 6 คน จัดเรียงได้ $(6-1)!$ $=$ $5!$ $=$ $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ $=$ 120 วิธี

ตอบ นักเรียน 6 คน จัดเรียงแถวเป็นวงกลมได้ทั้งหมด 120 วิธี

2) **การจัดเรียงของวัตถุที่สามารถพลิกกลับด้านได้** เช่น ลูกปัด, สร้อยคอ, พวงกุญแจ, พวงมาลัย เป็นต้น

สิ่งของ n สิ่ง นำมาจัดเรียงแนววงกลมพลิกได้ $= \frac{(n-1)!}{2}$

ตัวอย่าง

นำลูกปัดที่มีสีแตกต่างกันจำนวน 6 ลูก มาร้อยเป็นพวง สามารถทำได้กี่วิธี

วิธีทำ จาก n สิ่ง จัดเรียงแนววงกลมพลิกได้ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี

ลูกปัด 6 ลูกร้อยเป็นพวงได้ $\frac{(6-1)!}{2} = \frac{5!}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times \cancel{2}}{\cancel{2}} = 5 \times 4 \times 3 = 60$ วิธี

ตอบ นำลูกปัดที่มีสีแตกต่างกันจำนวน 6 ลูก มาร้อยเป็นพวง ได้ทั้งหมด 60 วิธี

5) จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไพ่ได้ J หรือ Q จากไพ่ 1 สำรับ

วิธีทำ ไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ ∴ n(S) = 52 ใบ

ไพ่ 1 สำรับ จะมีไพ่แตกต่างกัน 4 ชุด คือ ดอกจิก, โพดำ, โพแดง และข้าวหลามตัด

ดังนั้น ไพ่ J จะมีแตกต่างกันทั้งหมด 4 ใบ คือ J ดอกจิก, J โพดำ, J โพแดง และ J ข้าวหลามตัด

เช่นเดียวกับ ไพ่ Q จะมีแตกต่างกันทั้งหมด 4 ใบ คือ Q ดอกจิก, Q โพดำ, Q โพแดง และ Q ข้าวหลามตัด

∴ n(E) = 8 ใบ (จาก J และ Q อย่างละ 4 ใบ)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13} = 0.154$$

ตอบ 0.154

---

6) จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไพ่ได้โพดำแต้มคู่ไม่เกิน 10

วิธีทำ ไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ ∴ n(S) = 52 ใบ

ไพ่ 1 สำรับ จะมีไพ่แตกต่างกัน 4 ชุด โดยแต่ละชุดไล่จาก 2 – 10 และ J, Q, K, A

ไพ่โพดำแต้มคู่ไม่เกิน 10 คือ 2, 4, 6, 8, 10 ∴ n(E) = 5 ใบ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{5}{52} \text{ XX } \frac{2}{13} = 0.096$$

ตอบ 0.096

---

7) จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ไพ่สีแดงเท่านั้น

วิธีทำ ไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ ∴ n(S) = 52

ไพ่ 1 สำรับ จะมีไพ่แตกต่างกัน 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ แบ่งออกเป็น 2 สี คือ แดงและดำ

จำนวนไพ่สีแดง คือ โพแดง 13 ใบ และ ข้าวหลามตัด 13 ใบ

∴ n(E) = 13 + 13 = 26 ใบ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0.5$$

ตอบ 0.5

---

8) จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เฉพาะไพ่พิเศษ คือ J, Q, K และ A เท่านั้น

วิธีทำ ไพ่ 1 สำรับมี 52 ใบ ∴ n(S) = 52 ส่วนไพ่พิเศษ มี 4 ใบ 4 ดอกที่แตกต่างกัน ∴ n(E) = 4 x 4 = 16 ใบ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{16}{52} = \frac{8}{26} = 0.308$$

ตอบ 0.308