

20) วิธีทำ ลองแทนค่า $x = 0$

$$\frac{1}{0^3} (\sqrt{1+0} - \sqrt{1-0} - \sqrt{(1+0)(1-0^2)} + \sqrt{(1-0)(1-0^2)}) = \frac{0}{0}$$

จะเห็นว่าโจทย์เป็น “รูปแบบไม่กำหนด” ดังนั้น ต้องทำการแก้โจทย์หาค่าลิมิตต่อ

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1+x)(1+x)} + \sqrt{(1-x)(1+x)(1-x)}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)^2(1-x)} + \sqrt{(1-x)^2(1+x)}) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - (1+x)\sqrt{1-x} + (1-x)\sqrt{1+x}) \end{aligned}$$

กำหนดให้ $A = \sqrt{1+x}$ และ $B = \sqrt{1-x}$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} (A - B - A^2B + AB^2) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [(A - B) - AB(A - B)] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [(A - B)(1 - AB)] \end{aligned}$$

คูณคอนจูเกตทั้งพจน์ $(A - B)$ และพจน์ $(1 - AB)$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [(A - B)(1 - AB)] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [(A - B) \times \frac{A + B}{A + B} \times (1 - AB) \times \frac{1 + AB}{1 + AB}] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\frac{(A^2 - B^2)(1 - A^2B^2)}{(A + B)(1 + AB)} \right] \end{aligned}$$

แทนค่า $A = \sqrt{1+x}$ และ $B = \sqrt{1-x}$ กลับไปคืน

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\frac{[(1+x) - (1-x)][1 - (1+x)(1-x)]}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(1 + \sqrt{1+x}\sqrt{1-x})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\frac{[2x][1 - (1-x^2)]}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(1 + \sqrt{1+x}\sqrt{1-x})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\frac{2x^3}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(1 + \sqrt{1+x}\sqrt{1-x})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(1 + \sqrt{1+x}\sqrt{1-x})} \end{aligned}$$

20) วิธีทำ

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})(1 + \sqrt{1+x}\sqrt{1-x})}$$

$$= \frac{2}{(\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0})(1 + \sqrt{1+0}\sqrt{1-0})}$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{(2)}(1+1)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ตอบ C