

26) วิธีทำ จากโจทย์หาค่า a_n ได้จากสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } (a_n) = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทุกตัว}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\begin{aligned} \text{ผลบวกของข้อมูลทุกตัว} &= 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + \dots + \overbrace{n, n, n, \dots, n}^{n \text{ พจน์}} \\ &= 1 + 2(2) + 3(3) + \dots + n(n) \\ &= 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \\ &= \sum_{i=1}^n i^2 \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \dots \text{สมการ (1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด} &= 1 + 2 + 3 + \dots + n \\ &= \sum_{i=1}^n i \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \quad \dots \text{สมการ (2)} \end{aligned}$$

นำสมการ (1) \div (2) จะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (a_n)

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } (a_n) &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \div \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \times \frac{2}{n(n+1)} \\ &= \frac{\cancel{n}(\cancel{n+1})(2n+1)}{3 \cancel{6}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{n}(\cancel{n+1})} \\ &= \frac{(2n+1)}{3} \end{aligned}$$

โจทย์ให้หาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$;

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(2n+1)}{3} \times \frac{1}{n} \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2 + \frac{1}{n}}{3} \right] \\ &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (2) + \lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n})}{\lim_{n \rightarrow \infty} (3)} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$