12) **วิธีทำ** พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = a^2x^2 + 4ax + 10$ จาก $x = 0$ ถึง $x = 1$

$$\int_0^1 a^2x^2 + 4ax + 10\,dx = \left.\frac{a^2x^3}{3} + \frac{4ax^2}{2} + 10x\right|_0^1$$

$$= \left[\frac{a^2(1)^3}{3} + \frac{\overset{2}{\cancel{4}}a(1)^2}{\cancel{2}} + 10(1)\right] - \left[\frac{a^2\cancel{(0)}^3}{3} + \frac{4a\cancel{(0)}^2}{2} + 10\cancel{(0)}\right]$$

$$= \frac{a^2}{3} + 2a + 10$$

โจทย์ต้องการหาค่า a ที่ทำให้พื้นที่ปิดล้อมเส้นโค้งน้อยที่สุด
ดังนั้น เราจะใช้การหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์เข้ามาประยุกต์ โดยกำหนดให้พื้นที่ปิดล้อม $f(a) = \frac{a^2}{3} + 2a + 10$

หาจุดวิกฤติของ $f(a)$ โดย $f'(a) = 0$

$$f'(a) = \frac{2a}{3} + 2 = 0$$

$$a = -3$$

เนื่องจาก $f(a)$ เป็นสมการพาราโบลาโดยมีพจน์ดีกรี 2 เป็นบวก แสดงว่าจุดยอดของพาราโบลา (จุดวิกฤติ $x = 3$) เป็นจุดต่ำสุด หรือกล่าวว่าเป็นจุดที่มีพื้นที่ปิดล้อมน้อยที่สุดนั่นเอง

แทนค่า $a = -3$ ลงใน $f(a)$; $f(-3) = \frac{(-3)^2}{3} + 2(-3) + 10$

$$f(-3) = 3 + 2(-3) + 10$$

$$f(-3) = 7$$

พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = a^2x^2 + 4ax + 10$ จาก $x = 0$ ถึง $x = 1$
จะน้อยที่สุดเมื่อ $a = -3$ และพื้นที่น้อยสุด เท่ากับ 7 ตารางหน่วย

ตอบ 7 ตารางหน่วย